RECHERCHES
SUR LA PRÉCESSION DES ÉQUINOXES, ET
SUR LA NUTATION DE L'AXE DE LA TERRE,

PAR M. EULER.

Planc

LEMME I.

1. *Supposant la terre spherique* A E B F *& composée d'une matiere homogene, si la masse de la terre est nommée* = M *& son rayon* CA = CE = *a, le moment d'inertie de la terre autour d'un axe quelconque, qui passe par son centre, sera* = $\frac{2}{5}$ M *aa.* Fig.

COROLLAIRE.

2. Quoique la terre ne soit pas spherique, puisque sa figure ne differe de la spherique que très peu, on comprend aisément, que son moment d'inertie se peut néantmoins exprimer par $\frac{2}{5}$ M *aa.* Car cette expression ne changera pas sensiblement, soit qu'on prenne pour *a* son demi-axe, ou le demi-diametre de son équateur.

REMARQUE.

3. Il faut se souvenir ici, que je nomme le moment d'inertie d'un corps quelconque par rapport à un certain axe, autour duquel il doit tourner, ce qui résulte, lorsqu'on multiplie chaque particule du corps par le quarré de sa distance à cet axe, & qu'on assemble tous ces produits élémentaires dans une somme. Car alors cette somme donnera ce que je nomme le moment d'inertie de ce corps autour de cet axe.

LEMME II.

4. *Si la terre étant supposée spherique, a autour de son centre*

un noyau également ſpherique a e b f, dont la denſité ſoit à celle de la croute comme $1 + \nu$ *à* 1; *alors nommant la maſſe de toute la terre* $= M$, *le rayon* $CA = a$, *& le rayon du noyau* $C\,a = \alpha$, *le moment d'inertie par rapport à un axe quelconque, qui paſſe par ſon centre, ſera* $= \frac{2}{5} M. \frac{a^5 + \nu\alpha^5}{a^3 + \nu\alpha^3}$

COROLLAIRE I.

5. Si le noyau eſt plus denſe que le reſte de la terre, la valeur de ν ſera poſitive, mais ſi le noyau eſt moins denſe que la croute, ν ſera un nombre negatif: or ſi la terre étoit tout à fait creuſe en dedans, ou que l'eſpace *a e b f* fut vuide, il feroit $\nu = -1$, & dans ce cas le moment d'inertie deviendroit $= \frac{2}{5} M. \frac{a^5 - \alpha^5}{a^3 - \alpha^3}$

COROLL. II.

2. On ſera encore d'accord, qu'une petite aberration de la figure ſpherique ne change pas ſenſiblement l'expreſſion du moment d'inertie, pourvu que la figure du noyau ſoit auſſi à peu près ſpherique. Du moins il eſt bien certain, que dans l'application de ces deux propoſitions à la préceſſion des équinoxes, une petite difference ne ſauroit être d'aucune conſéquence; puisqu'on ſera obligé de ſe contenter d'approximations.

HYPOTHESE.

7. La terre ayant une fois reçu un mouvement rotatoire autour d'un axe, qui convient avec ſon axe de figure, ou qui n'en differe que très peu, elle conſervera toujours ce mouvement uniforme, & ſon axe de rotation demeurera toujours le même & ſera dirigé vers les mêmes points du ciel; à moins que la terre ne ſoit aſſujettie à des forces étrangeres, qui pourroient cauſer quelque changement, ou dans la viteſſe du mouvement rotatoire, ou dans la poſition de l'axe de rotation.

REMAR-

REMARQUE.

8. Pour qu'un corps puiſſe tourner librement autour d'un axe, il ne ſuffit pas que cet axe paſſe par ſon centre de gravité, il faut de plus, que toutes les forces centrifuges ſe maintiennent en équilibre: & quand cette derniére condition n'a pas lieu, il eſt impoſſible que l'axe de rotation demeure le même, mais il ſera continuellement changé par les forces centrifuges du corps. Il dépend donc uniquement de la diſtribution de la matiére de la terre, ſi l'axe autour duquel elle tourne, eſt doüé de cette propriéte ou non? Car ſi toutes les forces centrifuges ne ſe détruiſoient pas mutuellement, les poles de la terre ſouffriroient des changemens, quand même il n'y auroit point de forces étrangeres. Ce n'eſt donc qu'une pure ſuppoſition que je fais, que l'axe de la terre, autour duquel elle tourne, ne ſoit pas aſſujetti à un tel changement; mais il ſemble que cette ſuppoſition eſt confirmée par les phenomenes, & elle le ſera tout à fait, quand je ſerai voir, qu'il ne ſe trouve actuellement d'autres changemens dans les poles, que ceux, qui ſont cauſés par les forces du Soleil & de la Lune.

COROLL.

9. De là il s'enſuit, que toute force, dont la direction paſſe par le centre de gravité de la terre, ne change rien, ni dans ſon mouvement rotatoire, ni dans la poſition de ſon axe, & que ce n'eſt que des forces, qui agiſſent ſur la terre, dont la direction ne paſſe pas par le centre de gravité, qu'il faut expliquer les changemens qu'on obſerve dans ſes poles.

Probleme I.

10. *Toutes les parties de la terre étant attirées vers un point fixe* O, *dont les forces ſoient proportionelles à une puiſſance quelconque des diſtances, trouver la force totale dont la terre ſera ſollicitée; ſuppoſant la terre ſpheroïdique, & compoſée d'une matiere homogene.* Fig. 11.

SOLUTION.

Soit le demi-axe de la terre CA = CB = a; le demi-diametre de l'équateur CE = CF = e: & du point attirant O qu'on baisse ſur le plan de l'équateur la perpendiculaire OT, & ayant tiré les droites CT, CO, ſoit CT = f, TO = g, CO = $h = \sqrt{(ff+gg)}$. Que la force attirante du point O à une diſtance quelconque z ſoit = $\frac{k^n}{z^n}$, ou que cette force ſoit réciproquement proportionnelle à la puiſſance z^n de la diſtance. Soit de plus la maſſe de la terre = M. Cela poſé on trouve par la Theorie des forces, que la force totale, dont la terre eſt ſollicitée vers le point O, ſe réſout en ces deux forces.

1. La force ſelon CO qui eſt = $\frac{Mk^n}{h^n}\left(1-\frac{(n+1)aa-4(n+1)ee}{10hh}+\frac{(n+1)(n+3)(aagg+eeff)}{10h^4}\right)$

2. La force ſelon TO qui eſt = $\frac{n+1}{5}M\frac{k^n}{h^n}\cdot\frac{g(ee-aa)}{h^3}$

On pourroit bien réduire ces deux forces à une ſeule, qui paſſeroit par le point O & par un point de l'axe un peu au deſſous du centre C; mais pour notre deſſein il conviendra mieux de ſe ſervir de ces deux forces ſelon CO & TO. C.Q.F.T.

COROLL. I.

11. Comme la direction de la force ſelon CO paſſe par le centre de la terre, elle ne contribuë rien, ni au mouvement de rotation de la terre, ni au changement de ſes poles. Et, ſi la terre n'étoit ſollicitée que par cette ſeule force, ni ſon mouvement de rotation, ni la poſition de ſes poles, ne ſouffriroit aucun changement.

COROLL. II.

12. Ce n'eſt donc qu'à l'autre force ſelon TO, qu'il faut avoir égard, ſi l'on veut rechercher les changemens, que l'attraction du point O peut

O peut produire dans le mouvement de rotation de la terre, & dans la ſituation de ſes poles. Et pour cet effet on comprend aiſément, que ces effets ne réſultent que du moment de cette force.

COROLL. III.

13. Or le moment de cette force ſelon TO ſe raporte à un diametre de l'équateur, qui eſt perpendiculaire au plan ABO, qui eſt déterminé par l'axe de la terre AB & le point O: & le moment de cette force ſera $= \frac{n+1}{5} \cdot M. \frac{k^n}{h^n} \cdot \frac{g(ee-aa)}{h^3}$. CT. Ce moment ſera donc $= \frac{n+1}{5} \cdot M. \frac{k^n}{h^n} \cdot \frac{fg(ee-aa)}{h^3}$.

COROLL. IV.

14. On pourra donc concevoir une force équivalente AG, appliquée perpendiculairement à l'axe en A, & qui tend à éloigner le point A du point O; cette direction AG étant pareillement ſituée dans le plan ABO. Donc le moment de cette force ſera:

$$AG. AC = \frac{n+1}{5} \cdot M. \frac{k^n}{h^n} \cdot \frac{fg(ee-aa)}{h^3}.$$

Et ce moment produira le même effet ſur le mouvement rotatoire de la terre, que la force dont elle eſt ſollicitée vers le point O.

COROLL. V.

15. Si nous nommons l'angle $ACO = \Phi$, qui marquera la diſtance apparente du point O au pole de la terre A, vuë du centre de la terre, nous aurons $\frac{f}{n} = \text{ſin } \Phi$ & $\frac{g}{n} = \text{cof } \Phi$.

Donc le moment en queſtion ſera

$$AG. AC = \frac{n+1}{5} \cdot M. \frac{k^n}{h^{n+1}} (ee-aa) \text{ ſin } \Phi \text{ cof } \Phi$$

COROLL. VI.

16. Il eſt clair que ce moment évanouïroit, ſi la terre étoit ſpherique, puisqu'il ſeroit alors $e = a$. Mais ſi le diametre de l'équateur EF ſurpaſſe l'axe de la terre AB, ou ſi $e > a$, alors ce moment eſt affirmatif, ou tel qu'il eſt préſenté dans la figure. Mais ſi le diametre de l'équateur étoit plus petit, que l'axe de la terre, ce moment deviendroit negatif, & produiroit par conſéquent un effet contraire.

COROLL. VII.

17. Ce même moment deviendra encore negatif, quoiqu'il ſoit $e > a$, ſi l'angle ACO ſera obtus, ou plus grand qu'un droit. Car ſi $\Phi > 90^\circ$, ſon cofinus ou cof Φ deviendra negatif: & partant auſſi le moment. On reconnoit de là auſſi, que ce moment évanouïra lorsque l'angle ACO eſt droit, & que ce même moment deviendra le plus grand, lorsque l'angle ACO $= \Phi$ ſera un demi-droit, ou un droit & demi.

Probleme II.

18. *La terre étant ſuppoſée avoir un noyau aebf ſpheroïdique autour de ſon centre, ſi toutes ſes parties ſont attirées vers un centre de forces* O, *qui attire en raiſon des puiſſances quelconques des diſtances, trouver le moment de force, dont la terre ſera ſollicitée.*

SOLUTION.

Soit comme auparavant le demi-axe CA = CB = a, le demi-diametre de ſon équateur CE = CF = e; & pour le noyau ſoit le demi-axe Ca = Cb = α, & le demi-diametre de ſon équateur Ce = Cf = ε. Enſuite ſoit la denſité du noyau à celle de la croute comme $1 + \nu$ à 1. Depuis ayant baiſſé du point O ſur le plan de l'équateur la perpendiculaire OT, ſoient CT = f, TO = g, CO = $h = \sqrt{(ff + gg)}$: or à la diſtance = z ſoit la force attractrice du point O = $\frac{k^n}{z^n}$. Cela poſé marquant la maſſe de toute la terre = M, la force dont toute la terre eſt ſollicitée vers le point O produira le même

même effet ſur ſon mouvement de rotation, que ſi l'on appliquoit à l'axe dans le plan ABO une certaine force AG, dont

le moment ſeroit $= \frac{(n+1)\,M k^n f g}{5 h^{n+3}} \cdot \frac{aee(ee-aa)+\nu a e^3 (ee-aa)}{aee+\nu a e^3}$

Ou bien poſant l'angle $ACO = \Phi$, ce moment ſera

$AG.AC = \frac{(n+1)\,M k^n \sin\Phi \cos\Phi}{5 h^{n+1}} \cdot \frac{aee(ee-aa)+\nu a e^3 (ee-aa)}{aee+\nu a e^3}$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

19. Si l'aberration de la figure ſpherique, tant de la terre même que de ſon noyau, eſt extrèmement petite, comme on peut ſuppoſer ſeurement, ce moment ſera aſſès exactement

$$AG.AC = \frac{(n+1)\,M k^n \sin\Phi \cos\Phi}{5 h^{n+1}} \cdot \frac{a^3(ee-aa)+\nu a^3(ee-aa)}{a^3+\nu a^3}$$

COROLL. II.

20. Si le noyau étoit exactement ſpherique, ce moment ſeroit

$$AG.AC = \frac{(n+1)\,M k^n \sin\Phi \cos\Phi}{5 h^{n+1}} \cdot \frac{a^3(ee-aa)}{a^3+\nu a^3}$$

Or ſi toute la terre étoit compoſée de matiére uniforme, ce moment ſeroit $= \frac{(n+1)\,M k^n \sin\Phi \cos\Phi}{5 h^{n+1}} (ee-aa)$. Donc le moment pour la terre douée d'un noyau ſpherique ſera plus petit que celui pour la terre homogene, ſi le noyau eſt plus denſe que la croute. Or ſi le noyau étoit moins denſe, le premier moment ſurpaſſeroit l'autre.

COROLL. III.

21. Si le point O attiroit exactement en raiſon réciproque des quarrés des diſtances, ou qu'il fut $n = 2$, alors le moment cherché ſeroit :

AG.

AG. $AC = \frac{3\,M\,kk\,\sin\Phi\cos\Phi}{5\,h^3} \cdot \frac{a^3(ee-aa)+\nu a^3(\varepsilon\varepsilon-\alpha\alpha)}{a^3+\nu a^3}$

& ce ſera le cas de la force du ſoleil ſur la terre.

COROLL. IV.

22. Si la force du point O étoit en raiſon directe des diſtances, il ſeroit $n = -1$, & partant ce moment évanouïroit tout à fait. Ce qui devient d'abord aſſés clair, pour peu qu'on réflechiſſe à la nature de cette force.

COROLL. V.

23. Si la force étoit compoſée de deux parties, ou qu'elle fut exprimée de la ſorte $\frac{k^n}{z^n} \pm \frac{i^m}{z^m}$, on comprend aiſément que le moment cherché ſeroit exprimé de cette façon :

$$\frac{M\sin\Phi\cos\Phi}{5\,h}\left(\frac{(n+1)\,k^n}{h^n} \pm \frac{(m+1)\,i^m}{h^m}\right)\frac{a^3(ee-aa)+\nu a^3(\varepsilon\varepsilon-\alpha\alpha)}{a^3+\nu a^3}$$

COROLL. VI.

§. 24. Donc ſi la force de la lune étoit exprimée pour la diſtance z de la ſorte $\frac{k^2}{h^2} - \delta$, où δ marque une quantité conſtante, comme pluſieurs phenomenes le paroiſſent confirmer, à cauſe de $n = 2$, $m = 0$ & $\frac{i^m}{h^m} = \delta$, le moment en queſtion ſeroit, en ſuppoſant la lune en O

AG. $AC = \frac{M\sin\Phi\cos\Phi}{5\,h}\left(\frac{3\,kk}{hh} - \delta\right)\frac{a^3(ee-aa)+\nu a^3(\varepsilon\varepsilon-\alpha\alpha)}{a^3+\nu a^3}$

COROLL. VII.

§. 25. Ce moment ſeroit donc plus petit, que ſi la force de la lune ſuivoit exactement la raiſon renverſée des quarrés des diſtances. Il ſera toujours à propos d'avoir égard à cette conſtante δ dans le calcul, que j'entreprendrai ſur la variation des poles de la terre, pour voir ſi cette nouvelle hypotheſe ſe confirme ou non.

Proble-

Probleme. III.

§. 26. *La terre pendant qu'elle tourne autour de l'axe* CA *étant ſollicitée par une force* AG *appliquée à l'extremité* A *de cet axe, dont le moment* AG. AC *eſt connu, trouver le changement inſtantané, qui ſera cauſé par cette force dans l'axe de rotation.*

SOLUTION.

Soit C le centre de la terre, & CA l'axe de la terre prolongé jusqu'au Ciel, autour duquel la terre tourne préſentement dans le ſens EHF; dont la viteſſe ſoit telle, que dans un tems infiniment petit $= dt$, elle décrive autour de ſon axe AC un angle $= ds$: & qu'on nomme comme auparavant la maſſe de la terre $= M$, & ſon demi-axe $= a$. Dans cet inſtant donc A ſera le pole de la terre marqué dans le Ciel, autour duquel la terre continueroit à tourner uniformément, ſi elle n'étoit ſollicitée par aucune force étrangere. Mais comme elle eſt ſollicitée par la force AG, dont le moment AG. AC ſoit $= S$, cette force, puiſqu'elle paſſe par l'axe de la terre ne changera rien dans la viteſſe de rotation; mais elle obligera la terre de tourner autour d'un autre axe, ce qui ſe fera en ſorte qu'après un tems infiniment petit $= dt$ le pole de la terre ne réponde plus au point A dans le Ciel, mais à un autre point a ſitué dans le meridien, qui eſt eloigné de 90° du meridien AE, qui répond à la direction de la force AG ſelon le ſens du mouvement rotatoire. Et par des principes de la Mecanique, que j'expliquerai ailleurs, on trouve que ce changement, ou l'angle AC a, ſera exprimé de la ſorte:

$$ACa = \frac{S\,dt^2}{2\,ds} : \tfrac{2}{5} M\,aa = \frac{5\,S\,dt^2}{4 M\,aa\,ds},$$

où $\frac{2}{5} M\,a\,a$ marque le moment d'inertie de la terre, en la ſuppoſant homogene. Or ſi la terre avoit un noyau autour de ſon centre, dont le rayon $= \alpha$, & la denſité à celle de la croute comme $1 + \nu : 1$, alors au lieu de $\frac{2}{5} M\,a\,a$ il faudroit écrire $\frac{2}{5} M. \frac{a^5 + \nu\alpha^5}{a^3 + \nu\alpha^3}$: & partant le

changement inſtantané du pole ſeroit:

$$AC\,a = \frac{S\,dt^2}{2\,ds} : \tfrac{2}{5}\,M\,\frac{a^5 + v\alpha^5}{a^3 + v\alpha^3} = \frac{5\,S\,dt^2\,(a^3 + v\alpha^3)}{4\,M\,ds\,(a^5 + v\alpha^5)}$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

§. 27. L'effet d'une telle force AG donc conſiſtera en ce que les poles autour desquels la terre tourne, répondent continuellement à d'autres points du Ciel. Et il eſt auſſi clair, que la ligne C*a* paſſera par d'autres points de la terre que la ligne CA, de ſorte que les poles marqués ſur la terre changeront auſſi continuellement. Mais ils differeront toujours ſi peu des extremités de l'axe de la terre, que la difference n'étant qu'environ $1\frac{1}{3}$ tierce eſt tout à fait imperceptible.

COROLL. II.

§. 28. Si nous concevons dans le meridien AF oppoſé à AE un centre des forces O, vers lequel la terre eſt attirée, nous avons vu que de cette force réſulte un moment tel que AG. AC = S: donc l'effet de cette force ſera le même, qui vient d'être déterminé dans la ſolution de ce probleme.

COROLL. III.

§. 29. Donc ſi nous poſons la diſtance de ce centre de forces à la terre CO = *h*, l'angle ACO ou l'arc AO = Φ, la force à la diſtance $z = \frac{k^n}{z^n}$, le moment AG. AC ſera

$$S = \frac{(n+1)\,M k^n}{5\,h^{n+1}} \text{ ſi } \Phi \text{ cof } \Phi\,(ee - aa) \qquad (15)$$

ſuppoſant la terre homogene. Par conſéquent le changement du pole cauſé par cette force ſera

$$AC\,a = \frac{(n+1)\,k^n}{4\,h^{n+1}} \cdot dt^2\,(ee - aa) \text{ ſin } \Phi \text{ cof } \Phi$$

COROLL. IV.

§. 30. Si la terre n'eſt pas homogene, mais qu'elle ait un noyau autour de ſon centre, dont le demi-axe = α, le demi-diametre de ſon équa-

équateur $= \epsilon$, & la denſité à celle de la croute, comme $1 + \nu$ à 1, nous avons vu qu'il ſera :

$$S = \frac{(n+1)\,M\,k^n \sin\Phi \cos\Phi}{5\,h^{n+1}} \cdot \frac{a^3(cc-aa)+\nu a^3(\epsilon\epsilon-\alpha\alpha)}{a^3+\nu a^3}$$

d'où le changement cauſé dans le pole ſera

$$AC\,a = \frac{(n+1)k^n}{4\,h^{n+1}} \cdot \frac{a^3(cc-aa)+\nu a^3(\epsilon\epsilon-\alpha\alpha)}{a^5+\nu a^5} \cdot \frac{dt^2}{ds} \sin\Phi\cos\Phi$$

REMARQUE.

31. Pour ramener l'expreſſion du tems à des quantités plus connuës, conſiderons le moyen mouvement de la terre. Soit la diſtance moyenne de la terre au ſoleil $= b$, la force attractive du ſoleil ſur la terre $= \frac{cc}{bb}$, & que la terre parcoure de ſon mouvement moyen pendant l'elément du tems dt l'angle au ſoleil $= dv$: Cela poſé, par les mêmes principes de mecanique on trouvera $b\,dv^2 = \frac{cc\,dt^2}{2bb}$; d'où nous aurons $dt^2 = \frac{2b^3}{cc}dv^2$. Nous n'avons donc qu'à écrire cette valeur $\frac{2b^3}{cc}dv^2$ au lieu de dt^2, pour exprimer le tems par le moyen mouvement du ſoleil. Ainſi pendant que le ſoleil avance par ſon mouvement moyen de l'angle dv, & la terre par ſon mouvement diurne de l'angle ds, le changement du pole dans le cas du coroll. préced. ſera :

$$AC\,a = \frac{(n+1)k_n}{2\,h^{n+1}} \cdot \frac{b^3}{cc} \cdot \frac{a^3(cc-aa)+\nu a^3(\epsilon\epsilon-\alpha\alpha)}{a^5+\nu a^5} \cdot \frac{dv^2}{ds} \sin\Phi\cos\Phi.$$

Or ds eſt à dv en raiſon du mouvement diurne de la terre à ſon mouvement annuel. Donc, puisque la terre acheve chaque révolution

autour de ſon axe ou 360° en 23^h, $56'$, $4''$, & que dans ce tems le mouvement moyen du ſoleil ſe trouve $58'$, $58''$, il ſera $ds = 366\frac{25}{61}\,dv$. Et partant le changement trouvé du pole ſera

$$AC\alpha = \frac{1}{732\frac{50}{61}} \cdot \frac{(n+1)k^n}{h^{n+1}} \cdot \frac{b^3 a^3 (ee-aa)+\nu a^3(\varepsilon\varepsilon-\alpha\alpha)}{a^5+\nu a^5}\, dv \sin\Phi\cos\Phi$$

Probleme IV.

32. *Trouver le changement élémentaire du pole de la terre dans le Ciel, entant qu'il eſt cauſé tant par la force du ſoleil, que par celle de la Lune.*

SOLUTION.

Soit toujours a le demi-axe de la terre, e le rayon de ſon équateur, & que la terre ſoit homogene à l'exception d'un noyau ſpheroïdique autour de ſon centre, dont le demi-axe ſoit $= \alpha$, le rayon de l'équateur $= \varepsilon$, & la denſité à celle de la croute comme $1 + \nu$ à 1. Qu'on poſe pour abréger

$$\frac{a^3 (ee-aa)+\nu a^3 (\varepsilon\varepsilon-\alpha\alpha)}{a^5+\nu a^5} = N.$$

& que le pole boreal de la terre réponde actuellement dans le Ciel au point A. Soit maintenant le ſoleil en O, & l'arc du meridien $AO = \Phi$; la diſtance du ſoleil à la terre $= b$, & ſa force ſur la terre $= \frac{cc}{bb}$. Cela poſé nous aurons $h = b$, $k = c$ & $n = 2$. Donc dans le tems que le mouvement moyen du ſoleil avance de l'angle infiniment petit dv, le pole de la terre ſera tranſporté de A en α, dans un meridien perpendiculaire au meridien AOF, où ſe trouve le ſoleil, en ſorte que ce changement ſera

$$A\alpha \text{ ou } AC\alpha = \frac{3}{732\frac{50}{61}} \cdot N dv \sin\Phi\cos\Phi$$

ſuppoſé

ſuppoſé que le mouvement rotatoire de la terre ſe faſſe dans le ſens EHF, & ce ſera l'effet inſtantané de la force du ſoleil.

Maintenant que la lune ſe trouve en O, dont la diſtance à la terre ſoit $= h$, & la force $= \frac{kk}{hh} - \delta$, comme j'ai ſuppoſé cy-deſſus (24), & la valeur de $\frac{(n+1)k^n}{h^{n+1}}$ ſe changera en $\frac{3kk}{h^3} - \frac{\delta}{h}$. Soit auſſi l'arc AO $= \Phi$, & pendant le mouvement moyen du ſoleil $= dv$ la force de la lune transportera le pole de la terre de A en a auſſi dans un meridien perpendiculaire à AOF, de ſorte que Aa, ou $ACa = \frac{1}{732\frac{50}{81}} \left(\frac{3kk}{h^3} - \frac{\delta}{h}\right)\frac{h^3}{cc} N\,dv \sin\Phi \cos\Phi$.

Or il faut remarquer ici, que $\frac{3kk}{h^3} - \frac{\delta}{h}$ eſt à $\frac{3cc}{b^3}$ comme la force de la lune pour cauſer les marées à celle du ſoleil: rapport que Newton a établi comme $4\frac{1}{2}$ à 1; mais comme cette détermination n'eſt pas trop certaine, ſuppoſons que dans la production du flux & reflux de la mer, la force de la lune ſoit à celle du ſoleil comme m à 1, & nous aurons $\frac{3kk}{h^3} - \frac{\delta}{h} = \frac{3mcc}{b^3}$; & partant le changement du pole cauſé par la force de la Lune ſera:

Aa ou $ACa = \frac{3m}{732\frac{50}{81}} \cdot N\,dv \sin\Phi \cos\Phi$. C.Q.F.T.

COROLL. I.

§. 33. Si nous poſons pour abréger d'avantage $\frac{3}{732\frac{50}{81}} N = \lambda$; le ſoleil étant ſuppoſé en O de ſorte que AO $= \Phi$, le changement du pole ſera $Aa = \lambda\,dv \sin\Phi \cos\Phi$. Or ſi nous ſuppoſons la lune en O, alors le changement du pole ſera $Aa = \lambda m\,dv \sin\Phi \cos\Phi$.

COROLL. II.

§. 34. Donc ſi nous aurons trouvé par les phenomenes des changemens du pole de la terre, la valeur du nombre λ, nous en tirerons celle de $N = 732\frac{50}{81}.\frac{1}{3}\lambda$; & de cette valeur nous pourrons juger du noyau de la terre, puisque

$$N = \frac{a^3(ee - an) + \nu a^3(\varepsilon\varepsilon - \alpha\alpha)}{a^5 + \nu a^5}$$

REMARQUE.

§. 35. Si la terre n'avoit point de noyau, mais qu'elle fut formée d'une matiére homogene, la valeur de N ſeroit connue. Car puisque le diametre de l'équateur ſurpaſſe l'axe d'une 200me partie, comme il ſe conclut des Obſervations faites au Nord, en France & au Perou, on aura $a : e = 200 : 201$, & dans ce cas on aura $N = \left(\frac{201}{200}\right)^2 - 1 = \frac{1}{100}$, & partant $\lambda = \frac{3}{100.732\frac{50}{81}} = \frac{1}{24421}$

Probleme V.

Fig. 4. §. 36. *Suppoſé que le ſoleil ſe meuve ſelon ſon mouvement moyen, trouver les changemens, que ſa force cauſera dans les poles de la terre.*

SOLUTION.

Soit $\Upsilon \mathfrak{S} \simeq$ l'ecliptique & Π le pole de l'ecliptique; mais que Υ ne ſoit pas le point de l'équinoxe, mais un point fixe au ciel comme $1 * \Upsilon$. Soit la longitude du ſoleil en S depuis ce point fixe $\Upsilon S = p$, & que dans ce tems le pole de la terre ſe trouve en P, & poſons $\Upsilon\Pi P = x$, $\Pi P = y$. Qu'on tire les arcs de grands cercles ΠS, PS, & dans le triangle ſpherique $P\Pi S$ nous aurons $P\Pi S = p - x$; $P\Pi = y$ & $\Pi S = 90°$, d'où nous tirons $\cof PS = \cof(p - x)\ \sin y$ & $\cot \Pi PS = -\frac{\cof(p-x)\cof y}{\sin(p-x)}$. Maintenant poſant $PS = \Phi$, le

pole

pole ſera transporté de P en p, de la ſorte Pp ſera perpendiculaire à PS & $Pp = \lambda\, dv \sin\Phi \cos\Phi$, pendant que le ſoleil avance de l'angle dv; nous aurons donc $dp = dv$, & ayant tiré Πp, il ſera $\curlywedge \Pi p = x + dx$, & $\Pi p = y + dy$. Donc menant ſur Πp la perpendiculaire Pq, il y aura $pq = dy$ & $Pq = -dx \sin y$. Or l'angle pPq étant le complément de l'angle OPS à deux droits, il ſera

$$\cot p\,P\,q = \frac{\cos(p-x)\cos y}{\sin(p-x)} \text{ \& } \operatorname{tang} P\,p\,q = \frac{\cos(p-x)\cos y}{\sin(p-x)}$$

Par conſéquent nous aurons:

$Pq = -dx \sin y = Pp \cdot \sin P\,p\,q$ & $pq = dy = Pp \cos P\,p\,q$.

Or ayant $\cos\Phi = \cos(p-x)\sin y$; il ſera

$$\sin P\,p\,q = \frac{\cos(p-x)\cos y}{\sin\Phi} \text{ \& } \cos P\,p\,q = \frac{\sin(p-x)}{\sin\Phi}.$$

Donc à cauſe de $Pp = \lambda\, dp \sin\Phi \cos\Phi$, nous obtiendrons

$-dx \sin y = \lambda\, dp \cos\Phi \cos(p-x)\cos y = \lambda\, dp \cos(p-x)^2 \cos y \sin y$

& $dy = \lambda\, dp \cos\Phi \sin(p-x) = \lambda\, dp \sin(p-x)\cos(p-x)\sin y$

Mais puiſque $\sin(p-x)\cos(p-x) = \frac{1}{2}\sin 2(p-x)$

& $\cos(p-x)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2(p-x)$

ces équations prendront les formes ſuivantes:

$$-dx = \tfrac{1}{2}\lambda\, dp\,(1+\cos 2(p-x))\cos y$$

& $dy = \frac{1}{2}\lambda\, dp \sin 2(p-x)\sin y$

Maintenant puiſqu'il eſt aiſé de prévoir, que la variabilité de x & y eſt comme infiniment petite par rapport à celle de p, dans l'integration nous pourrons regarder x & y comme des quantités conſtantes, & alors les integrales ſeront:

$$x = C - \tfrac{1}{2}\lambda\,(p + \tfrac{1}{2}\sin 2(p-x)\cos y)$$

$$y = C - \tfrac{1}{4}\lambda \cos 2(p-x)\sin y$$

d'où l'on connoitra à tout tems propoſé le lieu du pole de la terre dans le Ciel. C. Q. F. T.

COROLL.

COROLL. I.

37. Puisque $p-x$ marque P Π S, & que le cercle ΠP passe par le solstice d'été, cet angle $p-x$ exprimera la longitude du soleil depuis le solstice d'été. Donc si nous posons la longitude du soleil depuis l'équinoxe de printems $= p$, il sera $p-x = p-90°$, & $2(p-x) = 2p-180°$. D'où nous aurons

$$x = C - \tfrac{1}{2}\lambda(x-\tfrac{1}{2}\sin p)\cos y \quad \& \quad y = C + \tfrac{1}{4}\lambda\cos 2p \sin y.$$

COROLL. II.

§. 38. Dans ces formules y marque la distance moyenne du pole de la terre de celui de l'ecliptique. Donc posant cette distance moyenne des deux poles $= \theta$, nous aurons

$$x = C - \tfrac{1}{2}\lambda v\cos\theta + \tfrac{1}{4}\lambda\sin 2p\cos\theta$$

& $y = \theta + \tfrac{1}{4}\lambda\cos 2p\sin\theta$

Or la valeur de θ est à peu prés de $23°, 28', 30''$.

COROLL. III.

§. 39. Posant $\theta = 23°, 28', 30''$, nous aurons en réduisant le sinus & le cosinus de θ à des angles exprimés en secondes,

$x = C - 0,458617\lambda v + 46222''\lambda\sin 2p$

$y = \theta + 20541''\lambda\cos 2p$

COROLL. IV.

§. 40. De là il est d'abord clair, que la force du soleil fait reculer le pole de la terre; car après un an, où v devient $v+360°$ la longitude du pole depuis $1 * \Upsilon$ sera

$$x = C - 0,458617\lambda(v+360°) + 46222''\lambda\sin 2p$$

donc pendant une année le pole de la terre recule en longitude par l'espace $= 0,458617\lambda.360°$.

COROLL. V.

41. Donc si la terre étoit formée d'une matiere homogene, de sorte que $\lambda = \frac{1}{24421}$, la précession annuelle du pole & aussi des équi-

équinoxes ſeroit $= 24\frac{1}{3}$ ſecondes ; entant qu'elle eſt cauſée par l'action du ſoleil. Et dans la même hypotheſe il ſera aprés un nombre A d'années

$$x = C - 24\tfrac{1}{3}\,A'' + 1\tfrac{8}{5}''\,\sin 2p$$
$$y = \theta + \tfrac{5}{6}''\,\cos 2p.$$

Donc outre le mouvement moyen le pole ſe pourra éloigner de ſon lieu moyen presque jusqu'a $2''$ en longitude, & de presque une ſeconde en latitude.

Probleme VI.

42. *Suppoſant le mouvement de la lune uniforme autour de la terre, trouver les changemens, que la force de la lune cauſera dans les poles de la terre.*

SOLUTION.

Soit encore $\Upsilon \mathfrak{S} \simeq$ l'ecliptique, & Π ſon pole ; que le pole de la terre ſe trouve a l'heure qu'il eſt en P, & nommons comme auparavant l'angle $\Upsilon \Pi P = x$, $\Pi P = y$. Soit en même tems la lune en L, & nommant ſa diſtance au pole $LP = \Phi$, nous avons vu cydeſſus, que pendant que le moyen mouvement du ſoleil eſt $= dv$, le pole P ſera transporté en p, par l'elément Pp perpendiculaire à PL, de ſorte que $Pp = \lambda m dv \sin \Phi \cos \Phi$, d'où nous tirons comme dans le probleme precédent : *Fig. 5*

$$-dx \sin y = \lambda m dv \sin \Phi \cos \Phi \sin Ppq$$
$$\& \; dy = \lambda m dv \sin \Phi \cos \Phi \cos Ppq$$

Il s'agit donc maintenant de déterminer les angles Φ & Ppq. Soit pour cet effet ΩLN l'orbite de la lune, & partant Ω le noeud aſcendant, dont la longitude ſoit $\Upsilon \Omega = r$, & l'inclinaiſon de l'orbite lunaire à l'ecliptique $L\Omega K = \zeta$. Puisque nous ſuppoſons le mouvement de la lune uniforme, il ſera indifferent, ſi nous attribuons cette uniformité au mouvement dans l'orbite même, ou au mouvement en longitude, parce que la difference eſt fort petite. Soit donc q la lon-

gitude de la lune $=\Upsilon K$, de ſorte que l'angle $\Upsilon \Pi L = q$; & il ſera $\Omega K = q - r$: d'où nous trouverons la latitude LK, que je marquerai par $s = LK$ & il ſera $\text{tang } s = \text{ſin } (q-r) \text{ tang } \varrho$. A préſent dans le triangle $P\Pi L$ ayant $P\Pi = y$; $P\Pi L = q - x$; & $\Pi L = 90° - s$ nous aurons :

$$\text{cof } PL = \text{cof } \Phi = \text{cof } (q-x) \text{ ſin } y \text{ cof } s + \text{cof } y \text{ ſin } s.$$

$$\& \text{ cot } \Pi PL = \frac{\text{ſin } y \text{ ſin } s - \text{cof } (q-x) \text{ cof } y \text{ cof } s}{\text{ſin } (q-x) \text{ cof } s} = -\text{tang } P\,p\,q$$

de ſorte que $\text{tang } P\,p\,q = \frac{\text{cof } (q-x) \text{ cof } y \text{ cof } s - \text{ſin } y \text{ ſin } s}{\text{ſin } (q-x) \text{ cof } s}$, & de là nous tirons :

$$\text{ſin } P\,p\,q = \frac{\text{cof } (q-x) \text{ cof } y \text{ cof } s - \text{ſin } y \text{ ſin } s}{\text{ſin } \Phi} \quad \& \quad \text{cof } P\,p\,q = \frac{\text{ſin } (q-x) \text{ cof } s}{\text{ſin } \Phi}$$

Ces valeurs étant ſubſtituées donneront :

$$-dx \text{ ſin } y = \lambda m\,dv \text{ cof } \Phi. \ (\text{cof } (q-x) \text{ cof } y \text{ cof } s - \text{ſin } y \text{ ſin } s)$$

$$dy = \lambda m\,dv \text{ cof } \Phi. \text{ ſin } (q-x) \text{ cof } s$$

ou remettant auſſi pour $\text{cof } \Phi$ ſa valeur :

$$dx \text{ ſin } y = -\lambda m\,dv \ (\text{cof } (q-x) \text{ ſin } y \text{ cof } s + \text{cof } y \text{ ſin } s) \ (\text{cof } y \text{ cof } s - \text{ſin } y \text{ ſin } s)$$

$$dy = \lambda m\,dv \ (\text{cof } (q-x) \text{ ſin } y \text{ cof } s) + \text{cof } y \text{ ſin } s) \text{ ſin } (q-x) \text{ cof } s$$

Or $\text{ſin } s = \frac{\text{tang } \varrho \text{ ſin } (q-r)}{\sqrt{(1 + \text{tang } \varrho^2 \text{ ſin } (q-r))^2}}$ & $\text{cof } s = \frac{1}{\sqrt{(1 + \text{tang } \varrho^2 \text{ ſin } (q-r)^2)}}$

ce qui donne : $dx \text{ ſin } y =$

$$\frac{-\lambda m\,dv \ (\text{cf.}(q-x)^2 \text{ ſi } y \text{ cof } y + \text{cof } (q-x) \text{ cof } y^2 \text{ tg. } \varrho \text{ ſi.}(q-r) - \text{ſin } y \text{ cof } y \text{ tg. } \varrho^2 \text{ ſin } (q-r)^2) - \text{cof } (q-x) \text{ ſin } y^2 \text{ tang } \varrho \text{ ſin } (q-r)}{1 + \text{tang } \varrho^2 \text{ ſin } (q-r)^2}$$

$$\& \ dy = \frac{\lambda m\,dv \ (\text{ſin } (q-x) \text{ cof } (q-x) \text{ ſin } y + \text{ſin } (q-x) \text{ cof } y \text{ tang } \varrho \text{ ſin } (q-r))}{1 + \text{tang } \varrho^2 \text{ ſin } (q-r)^2}.$$

Pour

Pour integrer ces formules il faut remarquer, qu'on peut regarder $x, y,$ & ϱ comme des quantités conſtantes. Soit donc tang $\varrho = \gamma$, ce qui eſt une quantité fort petite, & ſoit θ la diſtance moyenne du pole de la terre au pole de l'ecliptique ; & nous aurons :

$$dx \sin\theta = -\tfrac{1}{2}\lambda m\,dv.$$
$$\frac{\sin 2\theta \cos(q-x)^2 + 2\gamma \cos 2\theta \cos(q-x)\sin(q-r) - \gamma^2 \sin 2\theta \sin(q-r)^2}{1+\gamma\gamma\sin(q-r)^2}$$

$$dy = \lambda m\,dv.\frac{\sin\theta\sin(q-x)\cos(q-x) + \gamma\cos\theta\sin(q-x)\sin(q-r)}{1+\gamma\gamma\sin(q-r)^2}$$

Maintenant puiſque γ eſt un nombre fort petit, ſavoir la tangente d'un angle d'environ $5°$, on pourra ôter ces dénominateurs en diviſant par eux actuellement, & il ſera permis de négliger les termes, où γ aura plus de deux dimenſions : on aura donc :

$$dx\sin\theta = -\tfrac{1}{2}\lambda m\,dv\big(\sin 2\theta\cos(q-x)^2 + 2\gamma\cos 2\theta\cos(q-x)\sin(q-r) - \gamma\gamma\sin 2\theta\sin(q-r)^2\ (1+\cos(q-x)^2\big)$$

$$dy = \lambda m\,dv\big(\sin\theta\sin(q-x)\cos(q-x) + \gamma\cos\theta\sin(q-x)\sin(q-r) - \gamma\gamma\sin\theta\sin(q-x)\cos(q-x)\sin(q-r)^2\big).$$

A préſent il faut réduire ces produits des ſinus & coſinus des angles variables à des ſinus & coſinus des angles ſimples, & puiſque $\cos A^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2A$; $\sin A\cos A = \frac{1}{2}\sin 2A$ & $\sin A^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2A$, nous aurons :

$$dx\ \sin\theta = -\tfrac{1}{2}\lambda m\,dv\ \big(\tfrac{1}{2}\sin 2\theta + \tfrac{1}{2}\sin 2\theta\cos 2(q-x) + 2\gamma\cos 2\theta\cos(q-x)\sin q-r\big) - \gamma\gamma\sin 2\theta\,(\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\cos 2(q-r))\ (\tfrac{3}{2}+\tfrac{1}{2}\cos 2(q-x))$$

$$dy = \lambda m\,dv\ \big(\tfrac{1}{2}\sin\theta\sin 2(q-x) + \gamma\cos\theta\sin(q-x)\sin(q-r) - \tfrac{1}{2}\gamma\gamma\sin\theta\sin 2(q-x)\ (\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\cos 2(q-r))\big).$$

De plus puisque $\text{cos}\,A\,\text{sin}\,B = \frac{1}{2}\,\text{sin}\,(A+B) - \frac{1}{2}\,\text{sin}\,(A-B)$;

$\&\ \text{sin}\,A\,\text{sin}\,B = \frac{1}{2}\,\text{cos}\,(A-B) - \frac{1}{2}\,\text{cos}\,(A+B)$

$\text{cos}\,A\,\text{cos}\,B = \frac{1}{2}\,\text{cos}\,(A-B) + \frac{1}{2}\,\text{cos}\,(A+B)$

nous aurons après toutes ces réductions faites :

$$dx\,\text{sin}\,\vartheta = -\tfrac{1}{2}\lambda m\,dv\Big(\tfrac{1}{2}\,\text{sin}\,2\vartheta + \tfrac{1}{2}\,\text{sin}\,2\vartheta\,\text{cos}\,2\,(q-x) + \gamma\,\text{cos}\,2\vartheta\,\text{sin}\,(2q-r-x) - \gamma\,\text{cos}\,2\vartheta\,\text{sin}\,(r-x) - \tfrac{3}{4}\gamma\gamma\,\text{sin}\,2\vartheta + \tfrac{3}{4}\gamma\gamma\,\text{sin}\,2\vartheta\,\text{cos}\,2\,(q-r) - \tfrac{1}{4}\gamma\gamma\,\text{sin}\,2\vartheta\,\text{cos}\,2\,(q-x) + \tfrac{1}{8}\gamma\gamma\,\text{sin}\,2\vartheta\,\text{cos}\,2\,(r-x) + \tfrac{1}{8}\gamma\gamma\,\text{sin}\,2\vartheta\,\text{cos}\,2\,(2q-r-x)\Big)$$

$$dy = \lambda m\,dv\Big(\tfrac{1}{2}\,\text{sin}\,\vartheta\,\text{sin}\,2\,(q-x) + \tfrac{1}{2}\gamma\,\text{cos}\,\vartheta\,\text{cos}\,(r-x) - \tfrac{1}{2}\gamma\,\text{cos}\,\vartheta\,\text{cos}\,(2q-r-x) - \tfrac{1}{4}\gamma\gamma\,\text{sin}\,\vartheta\,\text{sin}\,2\,(q-x) + \tfrac{1}{8}\gamma\gamma\,\text{sin}\,\vartheta\,\text{sin}\,2\,(2q-r-x) + \tfrac{1}{8}\gamma\gamma\,\text{sin}\,\vartheta\,\text{sin}\,2\,(r-x).\Big)$$

Pour integrer ces équations il faut remarquer, que les differentiels de q & r ont des rapports donnés au differentiel dv, qui ſont ceux du mouvement moyen de la lune, & du mouvement retrograde du noeud au mouvement moyen du ſoleil. Soit donc:

$$dq = \mu\,dv \quad \& \quad dr = -\nu\,dv$$

& les integrales cherchées ſeront :

$$x\,\text{sin}\,\vartheta = C - \tfrac{1}{2}\lambda m\Big\{\tfrac{1}{2}v\,\text{sin}\,2\vartheta + \frac{1}{4\mu}\,\text{sin}\,2\vartheta\,\text{sin}\,2\,(q-x) - \frac{\gamma}{2\mu+\nu}\,\text{cos}\,2\vartheta\,\text{cos}\,(2q-r-x) - \frac{\gamma}{\nu}\,\text{cos}\,2\vartheta\,\text{cos}\,(r-x) - \tfrac{3}{4}\gamma\gamma v\,\text{sin}\,2\vartheta + \frac{3\gamma\gamma}{8(\mu+\nu)}\,\text{sin}\,2\vartheta\,\text{sin}\,2\,(q-r) - \frac{\gamma\gamma}{8\mu}\,\text{sin}\,2\vartheta\,\text{sin}\,2\,(q-x) - \frac{\gamma\gamma}{16\nu}\,\text{sin}\,2\vartheta\,\text{sin}\,2\,(r-x) + \frac{\gamma\gamma}{16\,(2\mu+\nu)}\,\text{sin}\,2\vartheta\,\text{sin}\,2\,(2q-r-x)$$

$y =$

$$y = \theta + \lambda m \left\{ \begin{array}{r} \frac{-1}{4\mu} \sin\vartheta \cos 2\,(q-x) - \frac{\gamma}{2\varkappa} \cos\vartheta \sin(r-x) - \frac{\gamma}{2(2\mu+\varkappa)} \\ \cos\vartheta \sin(2q-r-x) + \frac{\gamma\gamma}{4\mu} \sin\vartheta \cos 2\,(q-x) \\ - \frac{\gamma\gamma}{16\,2\mu+\varkappa} \sin\vartheta \cos 2\,(2q-r-x) \\ + \frac{\gamma\gamma}{16\varkappa} \sin\vartheta \cos 2\,(r-x) \end{array} \right.$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

§. 43. Puisque θ eſt à peu prés 23°, 28′, 30″, & que γ eſt la tangente de l'inclinaiſon de l'orbite de la lune à l'ecliptique, dont la valeur moyenne eſt = 5°, 9′, ces expreſſions réduites en ſecondes ſeront:

$$x = C - 0{,}45302\,\lambda m v - \frac{46685}{\mu}\lambda m \sin 2(q-x) + \frac{16952}{2\mu+\varkappa}\lambda' m \cos(2q-r-x)$$
$$+ \frac{16952}{\varkappa}\lambda m \cos(r-x) - \frac{576}{\mu+\varkappa}\lambda m \sin 2\,(q-r)$$
$$+ \frac{96}{\varkappa}\lambda m \sin 2\,(r-x) - \frac{96}{2\mu+\varkappa}\lambda m \sin 2\,(2q-r-x)$$

$$y = \theta - \frac{20008}{\mu}\lambda m \cos 2(q-x) - \frac{8525}{\varkappa}\lambda m \sin(r-x) - \frac{8525}{2\mu+\varkappa}\lambda m \sin(2q-r-x)$$
$$- \frac{40}{2\mu+\varkappa}\lambda m \cos 2\,(2q-r-x) + \frac{40}{\varkappa}\cos 2\,(r-x)$$

COROLL. II.

§. 44. Or puisque μ: 1 comme le mouvement moyen de la lune à celui du ſoleil, il ſera μ = 13, 368: & puisque $\varkappa$: 1 comme le mouvement moyen rétrograde du noeud a celui du ſoleil, il ſera x =

$\frac{1}{18,616}$; ces valeurs étant ſubſtituées, nos équations integrales deviendront:

$$x = C - 0,45302\,\lambda m v - 3492\,\lambda m \operatorname{sin} 2(q-x) + 594\,\lambda m \operatorname{cos}(2q-r-x) + 296535\,\lambda m \operatorname{cos}(r-x) - 43\,\lambda m \operatorname{sin} 2(q-r) + 1788\,\lambda m \operatorname{sin} 2(r-x) - 4\,\lambda m \operatorname{sin} 2(2q-r-x)$$

$$y = \theta - 1497\,\lambda m \operatorname{cos} 2(q-x) - 158718\,\lambda m \operatorname{sin}(r-x) - 363\,\lambda m \operatorname{sin}(2q-r-x) - 2\,\lambda m \operatorname{cos} 2(2q-r-x) + 777\,\lambda m \operatorname{cos} 2(r-x)$$

COROLL. III.

§. 45. De là on voit bien, que ſi les termes $\operatorname{cos}(r-x)$ & $\operatorname{sin}(r-x)$ ne ſont pas trop grands, ou qu'ils ne ſurpaſſent pas $100''$, ce qu'on reconnoitra d'abord, alors tous les autres termes peuvent être rejettés ſans faute, à cauſe de leur extreme petiteſſe; & partant nos formules deviendront beaucoup plus ſimples.

$$x = C - 0,45302\,\lambda m v + 296535\,\lambda m \operatorname{cos}(r-x)$$

$$y = \theta - 158718\,\lambda m \operatorname{sin}(r-x)$$

COROLL. IV.

§. 46. Ici v marque le mouvement moyen du ſoleil depuis une certaine époque, où l'on ſuppoſe connu le lieu du pole; & $r-x$ marque la longitude du noeud aſcendant depuis le lieu préſent du pole, c'eſt à dire, depuis le ſolſtice d'été. Donc, ſi nous poſons la longitude du noeud aſcendant depuis l'équinoxe du printems $= u$, il ſera $r-x = u-90°$; & nos formules:

$$x = C - 0,45302\,\lambda m v + 296535\,\lambda m \operatorname{sin} u$$

$$y = \theta + 158718\,\lambda m \operatorname{cos} u$$

REMARQUE.

§. 47. Comme tous les termes, qui dépendent du mouvement moyen de la lune, s'en ſont allés de nos formules à cauſe de leur petiteſſe, on comprendra aiſément, que ſi j'avois introduit dans le calcul le vrai mouvement de la lune, ayant eu egard à ſon apogée & au lieu du

du ſoleil, tous les termes qui en auroient été introduits dans nos formules, ſeroient évanouïs a plus forte raiſon. Car alors au lieu de q nous aurions eu $q + A + B + C +$ &c. où A, B, C, marquent des angles dépendans de l'anomalie de la lune & de ſon élongation du ſoleil: & il eſt clair que de la même maniere les termes renfermans $q + A + B + C +$ &c. ſeroient ſortis du calcul, que ceux, qui dans nos formules ont renfermé q. Or il n'en eſt pas de même des termes, qui renferment le lieu du noeud aſcendant, parce que la latitude de la lune en dépend, qui affecte particuliérement le calcul. De là on comprend, que ſi le mouvement du noeud étoit plus rapide qu'il n'eſt en effet, les inégalités dans le mouvement du pole ſeroient plus petites dans la même raiſon; & ces inégalités ſeroient d'autant plus grandes, ſi le mouvement des noeuds étoit plus lent. Or ſi les noeuds demeuroient immobiles, le mouvement moyen du pole en ſeroit rallenti, & à cauſe de r conſtante, puisque alors dx ne ſeroit plus quaſi infiniment petit par rapport à dr, mais plutot infiniment grand, on ſeroit obligé de chercher l'integrale de nos formules par une tout autre methode.

Probleme VII.

§. 48. *Determiner les variations qui ſe doivent trouver dans le lieu des poles de la terre, entant qu'elles ſont cauſées conjointement par les forces du ſoleil & de la lune.*

SOLUTION.

Soit θ la diſtance moyenne du pole boreal de la terre au pole de l'ecliptique, & qu'a une époque donnée la longitude moyenne du pole de la terre, depuis une étoile fixe comme de $1 \ast \Upsilon$ ait été $= \zeta$. A preſent qu'il s'agit de déterminer le lieu du pole boreal de la terre, ſoit ſa longitude vraie $= x$ & ſa latitude vraye $= y$; & que depuis l'époque marquée jusqu'ici, le moyen mouvement du ſoleil ait été $= v$. Soit enſuite pour le tems preſent la longitude du ſoleil depuis l'équinoxe du printems $= p$ & la longitude du noeud aſcendant $= u$; où

il

il faut ſuppoſer que le lieu du pole eſt déjà connu à peu près. Cela poſé, nous avons vû qu'en vertu de la force du ſoleil il ſera:

$$x = C - 0,458617 \lambda v + 46222 \lambda \text{ ſin } 2p$$
$$y = \theta + 20641 \lambda \text{ cof } 2p.$$

Or la force de la lune donne

$$x = C - 0,45302 \lambda mv + 296535 \lambda m \text{ ſin } u$$
$$y = \theta + 158718 \lambda m \text{ cof } u.$$

Donc ces deux forces agiſſant enſemble produiront l'effet contenu dans les formules ſuivantes:

$$x = \zeta - 0,45862 \lambda v + 56222 \lambda \text{ ſin } 2p$$
$$- 0,45302 \lambda mv + 296535 \lambda m \text{ ſin } u$$
$$y = 6 + 20541 \lambda \text{ cof } 2p + 158718 \lambda m \text{ cof } u$$

C.Q.F.T.

COROLL. I.

49. On peut ici diſtinguer deux ſortes de mouvement. La prémiere contient le mouvement moyen du pole, & eſt compriſe dans ces deux formules

$$x = \zeta - 0,45872 \lambda v - 0,45302 \lambda m v \& y = \theta$$

par leſquelles on trouvera le lieu moyen du pole, pour un tems propoſé quelconque: & enſuite les autres termes renferment les équations dont il faut corriger tant la longitude que la latitude moyenne du pole.

COROLL. II.

50. Pour ce qui regarde le lieu moyen du pole, on voit que ſa diſtance au pole de l'ecliptique eſt toujours la même, mais que la longitude décroit de plus en plus; c'eſt à dire le mouvement du pole en longitude ſera rétrograde par rapport aux étoiles fixes, & cette rétrogreſſion ſera dans un an

de $1296000 \lambda (0,45862 + 0,45302 m)$ ſecondes.
ou de $594371 \lambda + 587113 \lambda m$ ſecondes.

COROLL.

COROLL. III.

51. Négligeant les inégalités, qui dépendent du lieu du ſoleil, puiſqu'elles ſont très petites, la longitude vraye du pole ſera plus grande que la moyenne, lorsque le noeud aſcendant ſe trouve dans les ſignes boreaux; mais ſi ce noeud eſt dans les ſignes auſtrales, alors la longitude vraye ſera plus petite que la moyenne. Or la difference entre la longitude vraye & moyenne du pole ſera la plus grande, lorsque le noeud eſt dans les points ſolſtitiaux; & cette difference emportera 296537 $\lambda\, m$ ſecondes.

COROLL. IV.

52. La diſtance du pole de la terre à celui de l'ecliptique ſera la plus grande, lorsque le noeud aſcendant ſe trouve dans l'équinoxe du printems: mais ſi ce noeud eſt dans l'équinoxe d'automme, alors le pole de la terre ſe trouvera au plus près de celui de l'ecliptique. Dans ces cas la plus grande difference entre la latitude vraye & moyenne du pole ſera de 158718 $\lambda\, m$ ſecondes.

REMARQUE I.

53. Ces Corollaires ſont généralement bien d'accord avec les Obſervations, par leſquelles on ſait, que le mouvement du pole terreſtre en longitude eſt rétrograde, & que cette préceſſion vaut tous les ans 50″ ou 51″. De plus Mr. Bradley vient de découvrir, que la diſtance des poles de l'équateur & de l'ecliptique eſt la plus grande, lorsque le noeud aſcendant eſt au commencement du Belier, & la plus petite lorsque ce noeud entre dans la Balance, & que la plus grande difference entre la diſtance vraie & moyenne eſt de 9″. Auſſi ce qu'il a obſervé par rapport aux inégalités de la longitude, eſt tout à fait d'accord avec ce que la theorie vient d'enſeigner. Or comme nous ne ſavons pas les vrayes valeurs des lettres λ & m, ces Obſervations nous pourront ſervir a déterminer ces valeurs, puiſqu'il faut qu'il ſoit:

$$594371\,\lambda + 587113\,\lambda\, m = 50\tfrac{1}{2}''$$
$$\&\quad 158718\,\lambda\, m = 9''$$

d'où nous tirons $\frac{594371 + 587113\,m}{158718\,m} = \frac{101}{18}$

& partant fort à peu prés $m = 2$; où il faut remarquer, que ſi la plus grande aberration en latitude au lieu de $9''$ étoit de $11''$, on trouveroit $m = 4$. Or $m : 1$ marque le rapport de la force de la Lune à celle du ſoleil dans la production des marées, & Newton avoit établi ce rapport comme 4 ou $4\frac{1}{2}$ à 1. Mr. Daniel Bernoulli fait ce rapport beaucoup plus petit en poſant ſeulement $m = 2\frac{1}{2}$; & cette valeur approche beaucoup plus de celle que je viens de trouver, que de celle de Newton ; ce qui eſt une nouvelle preuve non ſeulement pour le ſentiment de Mr. Bernoulli, qui paroit d'ailleurs très bien fondé, mais auſſi pour la theorie, dont je viens de déterminer le mouvement du pole de la terre. Car ſi nous avions trouvé pour m une valeur, ou beaucoup plus grande, ou petite, ç'auroit été une marque ſeure, que le mouvement du pole ne dépendoit pas uniquement des forces du ſoleil & de la lune, mais que les forces centrifuges, ne ſe détruiſant pas parfaitement, y contribuoient auſſi quelque choſe.

REMARQUE.

54. Cependant il ne ſemble pas qu'on puiſſe diminuer la valeur de m au delà de $2\frac{1}{2}$, & il eſt plutot probable, que la plus grande difference entre la latitude vraye & moyenne du pole de la terre eſt un peu plus grande que $9''$. Auſſi Mr. Bradley avouë-t-il lui même, que cette détermination n'eſt pas ſi exacte, qu'il ne s'y put trouver une erreur d'une demi-ſeconde. Suppoſons donc ſelon Mr. Bernoulli $m = 2\frac{1}{2}$, & la plus grande difference entre la latitude moyenne & vraye du pole de la terre deviendra $= 9,75$ ou $9\frac{3}{4}$ ſecondes: or ſi nous avions ſuppoſé le mouvement moyen annuel du pole ſeulement de $50''$ au lieu de $50\frac{1}{2}$, nous aurions trouvé 9, 62 au lieu de 9, 75: d'où il ſemble que nous pouvons mettre aſſés ſeurement avec M. Bradley le mouvement annuel du pole de la terre de $50''$, 3, & avec Mr. Bernoulli $m = 2\frac{1}{2}$: de là nous trouverons la valeur de λ, ſavoir

$\lambda =$

$$\lambda = \frac{50,3}{594371 + 587113.2\frac{1}{2}} = \frac{1}{40997}$$

& cette valeur eſt conſidérablement plus petite, que celle qui réſulte de l'hypotheſe de la terre homogene: d'où il s'enſuit que la valeur de $\frac{a^3(ee-aa)+\nu\alpha^3(\varepsilon\varepsilon-\alpha\alpha)}{a^5+\nu\alpha^5}$ eſt plus petite que $\frac{ee-aa}{aa}$ dans la raiſon de 40997 à 24431 ou de 5 à 3. Et de là il faut conclure, que la terre n'eſt pas homogene, mais qu'elle a un noyau beaucoup plus denſe autour de ſon centre. Suppoſons que ce noyau eſt ſphérique, & puisque $ee - aa = \frac{1}{100}aa$, nous aurons:

$$\frac{\frac{1}{100}a^5}{a^5+\nu\alpha^5} : \frac{1}{100} = 5 : 3, \text{ ou } 2a^5 = 3\nu\alpha^5.$$

Donc ſi la denſité de ce noyau étoit connuë, nous en pourrions conclure le rayon du noyau. Poſons par exemple que le noyau ſoit dix fois plus denſe que la croute, & il ſera $\nu = 9$, & $\alpha^5 = \frac{2}{27}a^5$ ou $\alpha = \frac{3}{5}a$: ce qui ne paroit contraire à aucunes des Obſervations, qui regardent l'interieur de la terre: il ſemble plutot qu'un tel noyau eſt très conforme aux principes de la Phyſique.

Probleme VIII.

§. 55. *Pour un tems propoſé quelconque déterminer la longitude & la latitude du pole boreal de la terre, comptant la longitude depuis une étoile fixe donnée.*

SOLUTION.

Ayant dreſſé la table pour le moyen mouvement rétrograde en longitude du pole à raiſon de $50'',3$ par an, on en trouvera pour chaque tems propoſé la longitude moyenne du pole, depuis une étoile fixe donnée comme de la 1 ✱ ♈; pourvu que cette longitude ait été déterminée par les Obſervations pour une epoque donnée. Soit donc

η cette longitude moyenne du pole depuis 1 $*$ Υ pour le tems propoſé, & θ ſera la diſtance moyenne de ce pole depuis le pole de l'ecliptique, laquelle eſt eſtimée de 23°, 28′, 30″. Enſuite ſoit x la longitude vraye du pole depuis 1 $*$ Υ, & y ſa diſtance vraye au pole de l'ecliptique. Cela poſé, puisque nous avons $\lambda = \frac{1}{40997}$ & $\lambda m = \frac{1}{16399}$, les formules qui nous donneront le vray lieu du pole pour le tems propoſé, ſeront:

$$x = \eta + 18'', 08 \text{ ſin } u + 1'', 13 \text{ ſin } 2p$$
$$y = \theta + 9, 68 \text{ coſ } u + 0, 50 \text{ coſ } 2p$$

où u marque la longitude du noeud aſcendant de la Lune comptée depuis le point équinoxial du printems, & p la longitude du ſoleil comptée depuis le même commencement. Car comme on a déjà la longitude moyenne du pole, on aura auſſi celle du point équinoctial, qui précede celle-là de 3 ſignes. Or on voit bien qu'il ſuffit de connoitre ces longitudes u & p à peu près, & que l'erreur ſeroit inſenſible, quand même on s'y tromperoit de quelques degrés. C. Q. F. T.

COROLL. I.

§. 56. Puisque x marque la longitude du pole depuis la premiére étoile du belier, & que x repond au point ſolſtitial d'été, $x - 90°$ exprimera la longitude du point équinoctial du printems depuis 1 $*$ Υ. Et de là connoiſſant la longitude moyenne de 1 $*$ Υ depuis l'équinoxe pour un tems donné, qui croit de 50″, 3 par an, laquelle je poſerai $= E$, pour le même tems la longitude vraye de la premiére étoile d'*Aries*, le commencement du ſigne de Belier ſera.

$$E - 18'', 08 \text{ ſin } u - 1'', 13 \text{ ſin } 2p$$

COROLL.

COROLL. II.

§. 57. On pourra donc regarder le point équinoctial comme fixe dans le Ciel, & attribuer ſon mouvement aux étoiles fixes en ſens contraire: & partant la longitude des étoiles fixes croitra non ſeulement réguliérement de 50″, 3 par an, mais elle ſera outre cela aſſujettie à une double inégalité, dont l'une dépend de la longitude du noeud aſcendant de la lune, & l'autre de la longitude du ſoleil.

COROLL. III.

§. 58. Le premier effet, qui fait avancer les étoiles en longitude de 50″, 3 par an, eſt celui qui eſt nommé en Aſtronomie la préceſſion des équinoxes: mais les regles, que les Aſtronomes en ont tirées, ne donnent que la longitude moyenne des étoiles. Or ayant trouvé par cette methode la longitude moyenne d'une étoile quelconque, laquelle ſoit $=$ L; ſa longitude vraye ſera

$$L - 18'', 08 \text{ ſin } u - 1'', 13 \text{ ſin } 2p.$$

COROLL. IV.

§. 59. Puisque y marque la diſtance des poles de la terre & de l'ecliptique, ce ſera auſſi la valeur de l'obliquité de l'ecliptique. Donc poſant l'obliquité moyenne de l'ecliptique $= \theta$, qu'on eſtime de 23°, 28′, 30″, pour chaque tems propoſé la vraye obliquité de l'ecliptique ſera

$$\theta + 9'', 68 \text{ cof } u + 0'', 50 \text{ cof } 2p$$

Or il eſt evident que ſi l'obliquité moyenne de l'ecliptique étoit un peu plus grande ou plus petite, les corrections demeureroient pourtant les mêmes. Ainſi, ſi à cauſe d'autres forces l'obliquité moyenne de l'ecliptique étoit variable, ces memes corrections donneroient néanmoins la vraye, pourvu qu'on mit toujours pour θ l'obliquité moyenne.

COROLL. V.

§. 60. La latitude des étoiles fixes ne ſouffrira aucun changement de ce coté, puisque leur diſtance de l'ecliptique demeure tou-

jours la même. Ainſi la mobilité du pole de la terre ne produit que deux effets, dont le premier conſiſte dans la variation de la longitude des étoiles fixes, & l'autre dans la variation de l'obliquité de l'ecliptique.

REMARQUE I.

§. 61. Ayant bien établi par la comparaiſon des Obſervations anciennes avec les modernes la veritable quantité de la préceſſion moyenne des équinoxes, il ſera aiſé d'en déterminer pour chaque tems propoſé la longitude moyenne de toutes les étoiles fixes, dont on aura une fois bien déterminé la longitude. Je ſuppoſerai donc qu'on ſache la longitude moyenne d'une étoile à un tems donné, & qu'on en veuille déterminer la longitude vraie pour le même tems. Cela ſe fera par le moyen de deux équations que les deux tables ſuivantes fourniront.

Premiere correction de la Longitude moyenne des étoiles fixes.

Arg. *La Longitude du noeud aſcendant de la Lune.*

°	0. Sign. ôtez.	1. Sign. ôtez.	2. Sign. ôtez.	3. Sign. ôtez.	4. Sign. ôtez.	5. Sign. ôtez.	
	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	
0	0, 0	9, 2	15, 40	18, 5	15, 40	9, 2	30
5	1, 34	10, 22	16, 23	18, 0	14, 50	7, 38	25
10	3, 8	11, 37	17, 0	17, 48	13, 51	6, 11	20
15	4, 41	12, 47	17, 29	17, 29	12, 47	4, 41	15
20	6, 1	13, 51	17, 48	17, 0	11, 37	3, 8	10
25	7, 38	14, 50	18, 0	16, 23	10, 22	1, 34	5
30	9, 2	15, 40	18, 5	15, 40	9, 2	0, 0	0
	ajoutez.	ajoutez.	ajoutez.	ajoutez.	ajoutez.	ajoutez	
	11. Sign.	10. Sign.	9. Sign.	8. Sign.	7. Sign.	6. Sign.	

Seconde

Seconde correction de la Longitude moyenne des étoiles fixes.

Arg. *La Longitude du Soleil.*

	0. Sign, otez.	1. Sign. otez.	2. Sign. otez.	3. Sign. ajoutez.	4. Sign. ajoutez.	5. Sign. ajoutez.	
°	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	′
0	0, 0	0, 59	0, 59	0, 0	0, 59	0, 59	30
5	0, 22	1, 4	0, 52	0, 12	1, 4	0, 52	25
10	0, 23	1, 7	0, 44	0, 23	1, 7	0, 44	20
15	0, 34	1, 8	0, 34	0, 34	1, 8	0, 34	15
20	0, 44	1, 7	0, 23	0, 44	1, 7	0, 23	10
25	0, 52	1, 4	0, 12	0, 52	1, 4	0, 12	5
30	0, 59	0, 59	0, 0	0, 59	0, 59	0, 0	0
	ajoutez.	ajoutez.	ajoutez.	otez.	otez.	otez.	
	11. Sign.	10. Sign.	9. Sign.	8. Sign.	7. Sign.	6. Sign.	

COROLL. V.

§. 62. La longitude vraye des étoiles fixes ſera donc la plus grande à l'égard de la moyenne, lorsque le noeud aſcendant de la lune ſe trouve au commencement de ♑, & que le ſoleil eſt ou en ♌ 15° ou en ♒ 15°. Et alors la difference entre la longitude vraye & la moyenne ſera de 19″, 13‴.

COROLL. VI.

§. 63. Or la longitude vraye des étoiles fixes ſera la plus petite à l'egard de la moyenne, lorsque le noeud aſcendant eſt au commencement du ſigne de ♋, & que le ſoleil ſe trouve ou en ♉ 15° ou en ♏ 15°. Alors la difference entre la longitude vraye & la moyenne ſera de 19″, 13‴. Donc la difference entre la longitude vraye la plus grande & la plus petite pourra monter à 38″, 26‴.

COROLL.

COROLL. VII.

§. 64. Mais quand le noeud aſcendant ſe trouve dans un des points équinoctiaux, & que le ſoleil eſt ou dans les équinoxes ou dans les ſolſtices, alors la longitude moyenne des étoiles ne differera point de la vraye. Ce ſera donc le tems le plus propre pour obſerver la longitude moyenne des étoiles.

REMARQUE II.

§. 65. Il en ſera de même de l'obliquité de l'ecliptique, qui demandera auſſi une double correction, dont l'une dépend du lieu du noeud aſcendant de la lune, & l'autre du lieu du ſoleil: d'où j'ai formé les deux tables ſuivantes.

Premiere correction de l'obliquité moyenne de l'Ecliptique.

Arg. *La Longitude du noeud aſcendant de la Lune.*

	0. Sign. ajoutez.	1. Sign. ajoutez.	2. Sign. ajoutez.	3. Sign. otez.	4. Sign. otez.	5. Sign. otez.	
°	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	
0	9, 41	8, 24	4, 50	0, 0	4, 50	4, 24	30
5	9, 39	7, 57	4, 5	0, 50	5, 33	8, 45	25
10	9, 32	7, 25	3, 19	1, 41	6, 14	9, 5	20
15	9, 21	6, 51	2, 30	2, 30	6, 51	9, 21	15
20	9, 5	6, 14	1, 41	3, 19	7, 25	9, 32	10
25	8, 45	5, 33	0, 50	4, 5	7, 57	9, 39	5
30	8, 24	4, 50	0, 0	4, 50	8, 24	9, 41	0
	ajoutez.	ajoutez.	ajoutez.	otez.	otez.	otez.	
	11. Sign.	10. Sign.	9. Sign.	8. Sign.	7. Sign.	6. Sign.	

Seconde

Seconde Correction de l'Obliquité moyenne de l'Ecliptique.

Arg. *La Longitude du Soleil.*

°	0. Sign. ajoutez.	1. Sign. ajoutez.	2. Sign. otez.	3. Sign. otez.	4. Sign. otez.	5. Sign. ajoutez.	
	′′′	′′′	′′′	′′′	′′′	′′′	
0	30	15	15	30	15	15	30
5	30	10	19	30	10	19	25
10	28	5	22	28	5	22	20
15	25	chang. de ſign. 0	25	25	chang. de ſign. 0	25	15
20	22	5	28	22	5	28	10
25	19	10	30	19	10	30	5
30	15	15	30	15	15	30	0
	ajoutez.	otez.	otez.	otez.	ajoutez.	ajoutez.	
	11. Sign.	10. Sign.	9. Sign.	8. Sign.	7. Sign.	6. Sign.	

COROLL. VIII.

§. 66. L'obliquité de l'ecliptique ſera donc la plus grande, lorsque le noeud aſcendant de la Lune ſe trouve dans le point équinoctial du printems; & que le ſoleil eſt auſſi dans un des équinoxes. Car alors l'obliquité vraye de l'ecliptique ſurpaſſera la moyenne de $10''$, $11'''$.

COROLL. IX.

§. 67. Or l'obliquité de l'ecliptique ſera la plus petite, lorsque le noeud aſcendant de la lune eſt dans le point équinoctial d'automne, & que le ſoleil ſe trouve dans l'un ou l'autre ſolſtice. Alors l'obliquité vraye de l'ecliptique ſera ſurpaſſée de la moyenne de $10''$, $11'''$; & ainſi les variations de l'obliquité de l'ecliptique monteront à $20''$, $22'''$.

COROLL. X.

§. 68. Mais ſi le noeud aſcendant eſt dans l'un ou l'autre ſolſtice, & que le lieu du ſoleil ſoit ou ♉ 15°, ou ♌ 15° ou ♎ 15° ou ♑ 15°, alors l'obliquité vraye de l'ecliptique ne differera point de la moyenne.

Probleme IX.

§. 69. *Déterminer la vraye quantité de la préceſſion des équinoxes pendant l'eſpace d'une année propoſée.*

SOLUTION.

Qu'on cherche la longitude du noeud aſcendant pour le milieu de l'an, pendant lequel on veut ſavoir la préceſſion des équinoxes, & ſoit s cette longitude du noeud, qui répond au milieu de l'année propoſée. Puisque le mouvement annuel des noeuds eſt 19°, 20′, au commencement de notre an la longitude du noeud aſcendant aura été $s + 9°, 40'$, & à la fin $s - 9°, 40'$; & puisque la longitude du ſoleil eſt la même, tant pour le commencement que pour la fin, elle ne contribuera rien à la préceſſion annuelle.

Donc au commencement de l'année la longitude d'une étoile ayant été

$$L - 18'',08 \text{ ſin } (s+9°, 40') - 1'',13 \text{ ſin } 2p$$

elle ſera à la fin de cette année

$$L + 50'',3 - 18'',08 \text{ ſin } (s-9°, 40') - 1'',13 \text{ ſin } 2p$$

Et partant la preceſſion des équinoxes pendant cet an
ſera $= 50'',3 - 18'',08$ ſin $(s-9°, 40') + 18'',08$ ſin $(s+9°, 40')$
Cette préceſſion ſera donc

$$50'',3 + 36'',16 \text{ cof } s. \text{ ſin } 9°, 40'$$

ou bien $50'',3 + 6'',07$ cof s

Donc

Donc ayant déterminé la longitude du noeud aſcendant pour le milieu de l'année propoſée, on en trouvera aiſément combien les équinoxes reculeront pendant chaque année. C.Q.F.T.

COROLL. I.

70. La préceſſion des équinoxes ſera donc la plus grande dans les années, au milieu desquelles le noeud aſcendant ſe trouve au commencement de ♈: & dans ces années la préceſſion des équinoxes ſera $56''$, 37 ou de $56''$, $22'''$.

COROLL. II.

71. Or la préceſſion des équinoxes ſera la plus petite dans les ans, au milieu desquels le noeud aſcendant ſe trouve au commencement de la balance: & alors la préceſſion ne ſera que $44''$, 23 ou de $44''$, $14'''$. Donc la difference entre la plus grande & la plus petite preceſſion annuelle ſera de $12''$, $8'''$,

COROLL. III.

72. Si l'on connoit la longitude du noeud aſcendant pour le commencement de l'année propoſée, & qu'on la poſe $\equiv u$, à cauſe de $u \equiv s + 9°, 40'$, il ſera $s \equiv u - 9°, 40'$; & la préceſſion des équinoxes pendant cette année ſera

$$50'', 3 + 6'', 07 \cos(u - 9°, 40')$$

REMARQUE.

73. De là j'ai calculé la table ſuivante, par laquelle on trouvera la préceſſion des équinoxes pour chaque année, pour le commencement de laquelle on ſait la longitude du noeud aſcendant de la Lune.

Table qui marque la quantité de la préceſſion des Equinoxes, pour chaque année propoſée.

Arg. *La longitude du noeud aſcendant au commencement de l' année propoſée.*

	0. Sign. ♈	1. Sign. ♉	2. Sign. ♊	3. Sign. ♋	4. Sign. ♌	5. Sign. ♍
	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴
0	56, 17	56, 0	54, 12	51, 20	48, 14	45, 39
5	56, 21	55, 48	53, 48	50, 49	47, 44	45, 20
10	56, 22	55, 34	53, 20	50, 18	47, 16	45, 2
15	56, 21	55, 18	52, 52	49, 48	46, 48	44, 48
20	56, 17	54, 57	52, 22	49, 16	40, 24	44, 36
25	56, 10	54, 30	51, 52	48, 44	45, 48	44, 26
30	56, 0	54, 12	51, 20	48, 14	45, 39	44, 19

Continuation de la meme table pour les ſignes auſtraux.

	6. Sign. ♎	7. Sign. ♏	8. Sign. ♐	9. Sign. ♑	10. Sign. ♒	11. Sign. ♓
	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴	″ ‴
0	44, 19	44, 36	46, 24	49, 16	52, 22	54, 57
5	44, 15	44, 48	46, 48	49, 48	52, 52	55, 18
10	44, 14	45, 2	47, 16	50, 18	53, 20	55, 34
15	44, 15	45, 20	47, 44	50, 49	53, 48	55, 48
20	44, 19	45, 39	48, 14	51, 20	54, 12	56, 0
25	44, 26	45, 48	48, 44	51, 52	54, 36	56, 10
30	44, 36	46, 24	49, 16	52, 22	54, 57	56, 17

COROLL. IV.

74. Prenons pour exemple l'année 1750, au commencement de laquelle le lieu du noeud aſcendant ſe trouve en ♑ 10°, 17′. Donc depuis le premier Janvier 1750 jusqu'au premier Janvier 1751

la

la préceſſion des équinoxes ſera $50''$, $18'''$, ou elle ſera environ égale à la préceſſion annuelle moyenne.

COROLL. V.

75. Comme au commencement de l'année 1746 le lieu du noeud aſcendant a été près de l'équinoxe de printems, ſavoir en ♈, 27°, 40′, la préceſſion annuelle des équinoxes ſera pour l'année 1745 & les ſuivantes :

An.	Préceſſion annuelle		An.	Préceſſion annuelle	
	″	‴		″	‴
1745	56,	20	1765	56,	0
1746	56,	15	1766	55,	0
1747	55,	25	1767	53,	20
1748	54,	10	1768	51,	40
1749	52,	20	1769	49,	40
1750	50,	20	1770	47,	30
1751	48,	20	1771	45,	40
1752	46,	30	1772	44,	50
1753	45,	10	1773	44,	15
1754	44,	20	1774	40,	20
1755	44,	15	1775	45,	10
1756	44,	50	1776	46,	30
1757	45,	50	1777	48,	30
1758	47,	40	1778	50,	20
1759	49,	40	1779	52,	20
1760	51,	50	1780	54,	10
1761	53,	30	1781	55,	30
1762	55,	10	1782	56,	15
1763	56,	0	1783	56,	20
1764	56,	22	1784	55,	40

Ce qui ſervira à voir, combien les Obſervations ſur la mobilité de l'axe de la terre ſeront d'accord avec cette Théorie.

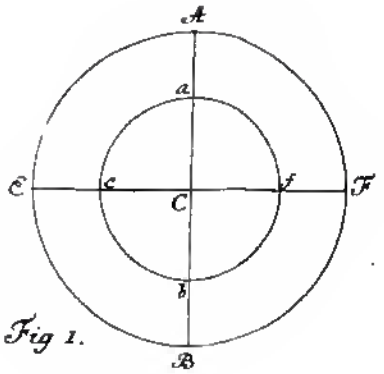


Fig 1.

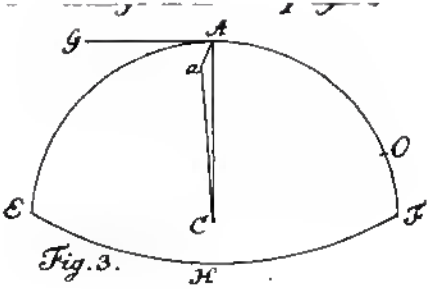


Fig. 3.

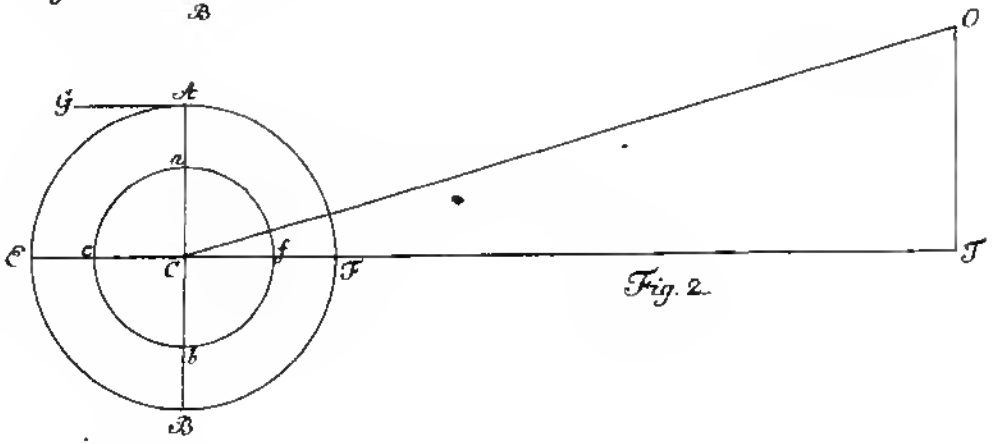
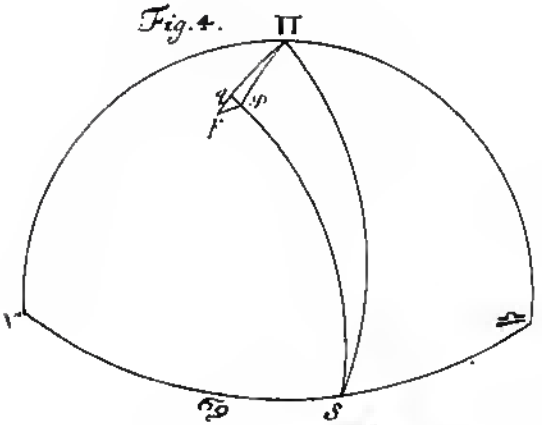
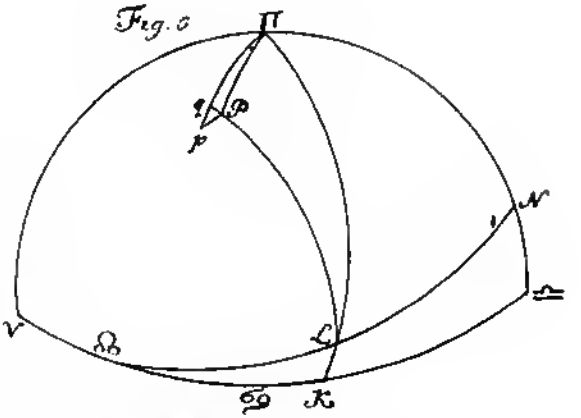


Fig. 2.





Mem: de l'Acad Tom. V. pag. 289.